

# La ejemplificación en el nivel secundario y su relación con el conocimiento especializado

<sup>1</sup>Nicolás Sánchez Acevedo; <sup>2</sup>Luis Carlos Contreras; <sup>3</sup>Leticia Sosa Guerrero

<sup>1,2</sup>Universidad de Huelva; <sup>3</sup>Universidad Autónoma de Zacatecas

## Resumen

La caracterización del conocimiento del profesor, en específico el especializado, puede ser visto y analizado desde diferentes perspectivas. Una de estas perspectivas es el uso de ejemplos en clase y cómo ésta permite evidenciar aspectos de este conocimiento. La ejemplificación cumple un rol relevante dentro de la enseñanza de las Matemáticas y permite profundizar en el conocimiento del profesor (e.g. Shulman, 1986; Ball, Thames y Phelps, 2008, Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013). Diversos autores han presentado clasificaciones de los ejemplos dependiendo de sus usos, naturaleza y objetivos, etc. (e.g. Figueiredo, Blanco y Contreras, 2007) y también han señalado aspectos que dependen del conocimiento del profesor de Matemáticas como la variación, covariación, espacios de ejemplos y transparencia. En este trabajo mostramos algunas conexiones que pueden emerger del conocimiento del profesor de Matemáticas haciendo uso del modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK, de sus siglas en inglés) y la ejemplificación. Finalizamos con algunas

proyecciones del trabajo.

**Palabras Clave:** Conocimiento especializado, uso de ejemplos, MTSK

## Los ejemplos y el conocimiento profesional del profesor de matemáticas

El uso de ejemplos se da como un recurso relevante para analizar el conocimiento profesional del profesor. Shulman (1986), dentro de su PCK ya hacía alusión a los ejemplos, como una forma de caracterizar este conocimiento por medio de ideas, ejemplos, ilustraciones y analogías para explicar y demostrar en un área particular, posteriormente, Ball, Thames & Phelps (2008), en su modelo de conocimiento matemático (MKT) para la enseñanza plantean que los profesores, como parte de su conocimiento, deben saber elegir con qué ejemplos iniciar una lección y qué ejemplos usar para profundizar en un contenido específico. Dentro de nuestra visión de conocimiento profesional y el modelo de conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (Carrillo et al., (2013), creemos que el profesor posee un conocimiento que es particular y especializado de su práctica, lo que lo hace distinguible de otro profesional. En este modelo se otorga un rol especial a los ejemplos como parte del conocimiento del docente, pudiendo informar sobre su conocimiento de los temas (KoT), sobre el conocimiento de la

estructura y posiblemente sobre el conocimiento sobre la enseñanza (KMT) y su conocimiento en relación a características de aprendizaje (KFLM).

contenido con una contextualización de lo que se pretende ejemplificar

## Los ejemplos y ejemplificación

Este recurso, se hace imprescindible en el proceso de enseñanza y como uno de los tantos componentes de conocimiento del profesor de Matemáticas. Los ejemplos y el proceso de ejemplificación son parte esencial en la enseñanza de las Matemáticas, pues pueden aportar indicios de la forma en que el profesor organiza sus lecciones, cómo justifica la elección de ciertos ejemplos y no otros. Esta elección está sujeta a aspectos preponderantes y el papel que cumplen, v.gr.: la secuenciación con base en aspectos críticos y otros no relevantes al momento de construir conceptos (Zaslavsky, 2010). En el caso de las representaciones, el uso de ejemplos también se vuelve un recurso preponderante, pues permite trabajar con objetos matemáticos, comunicar ideas matemáticas y ayudar en la resolución de problemas (Zazkis & Sirotic, 2004). Un amplio conocimiento sobre ejemplos permite posibilidades de generalización y conexiones con otros conjuntos de similares características en la construcción de conceptos (Watson & Mason, 2002). Para Bills, Dreyfus, Mason, Tsamir, Watson & Zaslavsky (2006), los ejemplos deben permitir claramente al observador distinguir elementos de una clase, es decir, poder distinguir lo general de lo particular y en términos más generales, Figueiredo (2010) plantea que los ejemplos se pueden ver como una colección de objetos que se usan en escenarios diversos de enseñanza y aprendizaje mostrando características particulares. A diferencia del concepto de ejemplo, el de ejemplificación transmite un

## El marco teórico de conocimiento especializado (MTSK)

Derivado de los trabajos iniciales de Shulman (1986) y posteriormente algunas dificultades analíticas en la delimitación de los subdominios del equipo de Ball et al., (2008) al analizar y profundizar en el conocimiento del profesor de Matemáticas, se propone el modelo *Mathematics Teachers' Specialised Knowledge* (MTSK), modelo que integra el conocimiento del profesor como un todo homogéneo y relacionado directamente con la práctica profesional, que es considerado como una propuesta teórica y una herramienta metodológica que nos permite analizar la práctica del profesor de matemáticas (Flores-Medrano, Escudero-Ávila, Montes, Aguilar y Carrillo, 2014). El MTSK se compone de los dominios *Mathematical Knowledge* (MK) y *Pedagogical Content Knowledge* (PCK). El dominio MK a su vez se compone de tres subdominios: conocimiento de los temas (KoT), *conocimiento de la estructura de la matemática* (KSM), y *conocimiento de la práctica matemática* (KPM). Por su parte, el dominio PCK se compone de los subdominios: conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), *conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas* (KFLM), y *conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas* (KMLS). Este modelo ya ha sido usado en algunos trabajos (e.g. Sosa, Flores-Medrano & Carrillo, 2016) para analizar el conocimiento del profesor y el uso de ejemplos. En este trabajo, se hace uso del modelo MTSK con dos profesores de bachillerato en el tema de álgebra lineal; algunos de los aportes es

la creación de indicadores específicos, en este contexto, aportes sobre la potencialidad para los profesores sobre el uso de ejemplos y su elección, la cual está sustentada en el KMT de ellos.

### **Clasificaciones y aspectos relevantes de los ejemplos. Posibles relaciones con el MTSK**

Dependiendo del contexto y el tipo de investigaciones que se han llevado a cabo para profundizar en la importancia que cumplen los ejemplos como parte del conocimiento del profesor de Matemáticas, se han propuesto algunas clasificaciones. Acá mostramos aquellas que pueden emerger en el contexto de nuestra actual investigación. Ya hace varios años, Rissland-Mischener (1978) propusieron cuatro categorías para clasificar los ejemplos: (i) ejemplos de puesta en marcha (introducción), (ii) ejemplos de referencia (estándares), (iii) ejemplos típicos de una situación y, (iv) contraejemplos. Figueiredo, Blanco & Contreras (2007) proponen una clasificación dependiendo del objetivo del ejemplo en: (i) de acuerdo a la definición, (ii) tipo de representación, (iii) sus características, (iv) aplicaciones internas y, (v) aplicaciones externas. Por su parte, Bills et al., (2006) proponen una clasificación según su naturaleza, en: ejemplos (i) resueltos, (ii) ejercicios (iii) ejemplos genéricos, (iv) contraejemplos, (v) no ejemplos y de forma más general. Algunas de estas clasificaciones, las cuales pueden emerger en clases y cuando se diseñan lecciones, pueden ser parte del KMT de un profesor si existe evidencia sobre cómo y por qué éste selecciona ejemplos o representaciones adecuadas en relación al contexto y tipo de estudiantes, y de su KFLM si la evidencia está en que el profesor considere ejemplos adecuados,

atendiendo el nivel de dificultad que puede presentar un ejemplo a diferencia de otro.

Por otra parte, los ejemplos presentan características relevantes que se pueden manifestar de manera conjunta o de manera independiente, pero que en ocasiones, los profesores hacen su uso en la práctica. Una de las peculiaridades que pueden tener los espacios de ejemplos, según Watson & Mason (2005), es la variabilidad que posea la elección de un ejemplo y no otro cuando se pretende enseñar un mismo concepto, para ello, esta enseñanza dependerá del espacio que tiene cada profesor y el conjunto de los que dispone y cómo se relaciona cada uno de ellos, el cual podría aportar información del KoT del profesor, en el sentido de qué conceptos y contenidos pretenda enseñar. La variación permite ver aquello que puede modificarse sin perder la generalidad de lo que se pretende mostrar (Marton & Booth, 1997), aspecto que profundiza Mason (2011b) en relación al aprendizaje, cuando se es consciente de lo que éste puede variar en relación a la medida de la amplitud en que se puede efectuar esa variación sin transformar sustancialmente el objeto de enseñanza. Este aspecto podría aportarnos información relativa sobre el conocimiento del profesor de Matemáticas y su KMT en el sentido que la variación de los ejemplos en los que haga uso de estrategias de enseñanza para que los estudiantes logren comprender cierto tópico. Por otro lado, la transparencia permite ser usada en relación a la representación que se utiliza para cualquier concepto (Figueiredo & Contreras, 2013). Una representación es transparente sin tener más o menos significado que el representado, mientras que una representación opaca releva aspectos de una idea o estructura y atenúa otros (Lesh, Behr & Post, 1987). Esta transparencia al hacer uso de

ejemplos por parte del profesor podría aportar evidencia de su KFLM e incluso de su KMLS, cuando se seleccionan ejemplos adecuados en relación a las dificultades de aprendizaje de los estudiantes y cuando se seleccionan de manera adecuada ejemplos en relación a objetivos de aprendizaje.

### Metodología y proyecciones

La metodología es de corte cualitativa, dado que buscamos comprender, descubrir e interpretar la realidad (Merriam, 1988) por medio de un estudio de caso de tipo instrumental (Stake, 2003).

### El caso

Nuestro caso es una profesora formada en Licenciatura en educación y Pedagogía en Matemáticas. Su carrera profesional tiene 12 años de experiencia en educación secundaria, de los cuales, ocho años ejerce en la actual institución educativa y actualmente se desempeña en educación superior en un instituto de formación profesional.

### Técnicas de recogida de datos

Se utilizarán para la investigación y recogida de información videograbaciones del aula y entrevistas semi-estructuradas para complementar la información de las videograbaciones sobre la base de indicios y oportunidades detectadas.

### Proyecciones

Dentro de las proyecciones para el periodo

académico 2018-2019 está la recolección de información (grabaciones y entrevistas) de la profesora informante para comenzar a analizar los datos recopilados y fundamentados en nuestro modelo teórico de conocimiento del profesor de Matemáticas y el uso de ejemplos. Sobre la base de la información y analizada comenzar a discutir sobre qué tipo de conocimiento sustenta la elección y el uso de ejemplos del profesor de Matemáticas cuando enseña en clase, sustento que estará apoyado sobre los subdominios del modelo MTSK y las relaciones que de estos puedan emerger.

### Referencias

- Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). *Content knowledge for teaching: What makes it special?* *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.
- Bills, L., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A., & Zaslavsky, O. (2006). *Exemplification in Mathematics Education*. En J. Novotna, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Volume 1, pp. 126-154). Prague, Czech Republic: PME.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C. & Muñoz-Catalán, M.C. (2013). *Antecedentes Teóricos del Desarrollo de la Matemática Primaria*. *Manuscript submitted for publication (CERME 8)*
- Figueiredo, C.A., Blanco, L.J., & Contreras, L.C. (2007). *La ejemplificación del concepto de función en estudiantes para profesores de matemáticas de secundaria. Investigación en la escuela*, 61, 53-68.
- Lesh, R., Behr, M., & Post, T. (1987). *Rational number relations and proportions*. En C. Janvier (Ed), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 41- 58). Hillsdale, New Jersey, USA: Lawrence Erlbaum.

- Marton, F., & Booth, S. (1997). *Learning and Awareness*. Hillsdale, USA: Lawrence Erlbaum.
- Mason, J. (2011a). *Explicit and Implicit Pedagogy: variation theory as a case study*. En C. Smith (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 31(3), 107-112.
- Rissland-Michener, E. (1978). *Understanding understanding mathematics*. *Cognitive Science*, 2, 361-383.
- Shulman, L.S. (1986). *Those who understand. Knowledge growth in teaching*. *Harvard Educational Review*, 15(2), 4-14.
- Sosa, L., Flores-Medrano, E., & Carrillo, J. (2016). *Conocimiento de la enseñanza de las Matemáticas del profesor cuando ejemplifica y ayuda en clase de álgebra lineal*.
- Watson, A., & Mason, J. (2002). *Extending examples spaces as a learning/teaching strategy in mathematics*.
- Zaslavsky, O. (2010). *The explanatory power of examples in mathematics. Challenges for teaching*. En M. K. Stein, & L. Kucan (Eds.), *Instructional explanations in the disciplines*. New York, USA: Springer.
-